Actividad grupal: Simulación de sistemas continuos

Objetivos

En este trabajo en grupo aprenderéis y realizaréis todos los pasos necesarios para realizar una simulación de sistemas continuos. El trabajo se divide en tres bloques:

* En el primero se trabajará en relación a la generación de números aleatorios entre 0 y 1.
* En el segundo bloque se trabajará en la generación de variables aleatorias.
* En el tercer bloque trabajaréis en la simulación y la obtención de resultados estadísticos.

Descripción

Generación de números aleatorios

1. Completa el siguiente esquema con las condiciones que deben verificarse para tener el periodo máximo o completo:

Métodos de generación de números aleatorios congruenciales

Fórmula general:

* + Métodos congruenciales mixtos (\_\_\_\_)
    - Caso general cualquier valor
      1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
      2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
      3. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
    - Caso ( potencia de 2)
      1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
      2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
  + Métodos congruenciales multiplicativos (\_\_\_\_)
    - Caso general cualquier valor
      1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
      2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
    - Caso ( potencia de 2)
      1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
      2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Para cada uno de los cuatro casos anteriores. Propón valores para para que el periodo sea máximo/completo y superior a 50.
2. Realizar una función en Matlab que genere valores aleatorios. La cabecera de la función deberá ser:

La variable será una variable opcional tanto de entrada como de salida. Si se da se utilizará como semilla inicial. Si esta variable no se introduce en la llamada de la función, el método utilizará el último valor empleado (deberán usarse variables globales o persistentes). Si la variable no se ha definido la función devolverá un error.

1. Utilizando la función del ejercicio anterior generar 3 paquetes de 5000 iterados de valores aleatorios entre 0 y 1. Para cada paquete, agrúpalos en 10 grupos por fragmentos de 0.1 unidades. Realiza un histograma para cada paquete y comprueba que la función es uniforme.
2. Dados los siguientes generadores congruenciales:
   * Calcular (y justificar debidamente) el periodo de los métodos.
   * Combinar los tres generadores para obtener un método de generación de un periodo superior. Calcular el periodo de este nuevo método.

Generación de variables aleatorias

1. Describe el algoritmo de la transformada inversa
2. Calcula mediante el método de la transformada inversa tres valores aleatorios siguiendo la distribución:
3. Elabora una función en Matlab que utilice la función del ejercicio 3 para generar valores aleatorios siguiendo esta distribución. La cabecera de la función deberá ser:

function u = gen\_var\_traninv()

Observación: la función no deberá tener ningún valor de entrada.

1. Describe el algoritmo del método de la composición.
2. Calcula mediante el método de la composición tres valores aleatorios siguiendo la distribución:
3. Elabora una función en Matlab que utilice la función del ejercicio 3 para generar valores aleatorios siguiendo esta distribución. La cabecera de la función deberá ser:

function u = gen\_var\_compo()

Observación: la función no deberá tener ningún valor de entrada.

1. Describe el algoritmo del método de aceptación rechazo.
2. Calcula mediante el método de aceptación-rechazo tres valores aleatorios siguiendo la distribución:
3. Elabora una función en Matlab que utilice la función del ejercicio 3 para generar valores aleatorios siguiendo esta distribución. La cabecera de la función deberá ser:

function u = gen\_var\_acerec()

Observación: la función no deberá tener ningún valor de entrada.

1. Para cada función generada en los tres ejercicios anteriores:
   * Calcular 10000 (diez mil) valores aleatorios.
   * Agruparlos en 20 grupos equidistribuidos en el soporte de las funciones de densidad.
   * Dibujar el histograma normalizado.
   * Comparar el histograma anterior con la función de densidad.

Simulación de eventos discretos y análisis estadístico

1. Escribir las siguientes funciones en Matlab teniendo en cuenta que lista es una lista de valores que se quiere analizar.
   * function [linf, lsup]=ic\_media(lista, alpha, desviación): esta función calculara el intervalo de confianza para la media con desviación conocida (si desviación está presente) o desconocida (si desviación no está presente). El nivel de significación será alpha.
   * function [linf, lsup]=ic\_desv(lista, alpha): esta función calculara el intervalo de confianza para la desviación típica con nivel de significación alpha.
2. En este problema veremos la diferencia entre usar un modelo simplificado o uno elaborado. Vamos a considerar dos modelos gravitatorios para la Tierra:
   * Masa puntual: en este modelo la Tierra se considera como una masa esférica con toda la gravedad concentrada en un único punto.
   * Geoide: en este modelo la tierra se considera como un geoide. Se trata de un modelo más realista pero, a su vez, más complejo y costoso en términos de capacidad de cálculo.

La función propaga\_orbita toma una posición inicial x y una velocidad inicial v de una nave espacial alrededor de la Tierra y las propaga durante t unidades de tiempo. El cuarto parámetro es una variable booleana (toma valores 0 o 1) y determina si consideramos la tierra como masa puntual (0) o como geoide (1). La última entrada determina el tipo de salida. Si entramos un 0 nos devolverá el valor en el tiempo final. Si entramos un 1 nos devolverá una lista de posiciones y tiempos (esto nos permitirá dibujar la órbita resultante). Encontrarás las funciones necesarias y sus descriptores en el apartado de documentación en la plataforma.

Para comparar los dos casos vamos a seguir la siguiente secuencia:

* + Utilizando la función randm de Matlab, generar tres valores aleatorios siguiendo una gaussiana con media 0 y desviación típica 0.05, define el vector , y definir la posición inicial como:

Con . Tomar la velocidad inicial como .

* + Utilizar la función propaga\_orbita con masa puntual (cuarto parámetro 0) para generar una predicción de la posición de la nave espacial al cabo de 12 horas. Ten en cuenta que las unidades en las que está programado el sistema son diferentes. Se tienen las equivalencias: 1UD=6378km, 1UT=806.8s.
  + Calcula la distancia al centro de la Tierra (el origen) de la nave.
  + Repite el experimento 1000 (mil) veces para generar 1000 valores de distancias posibles. Añade las distancias a un vector lista.
  + Utiliza la función ic\_media que has escrito en el ejercicio 1 para calcular un intervalo de confianza para la media para un nivel de significación .
  + Utiliza la función ic\_desv que has escrito en el ejercicio 10 para calcular un intervalo de confianza para la desviación típica para un nivel de significación .
  + Repite los pasos a) a d) activando el modelo geoide.
  + Queremos saber si el cambio de modelo es significativo para el estudio del movimiento de una nave en dicha órbita. Realiza un test de hipótesis para verificar dicha afirmación.

1. Queremos comprobar si una moneda está trucada o no. Para ello vamos a realizar un test de hipótesis de . Para ello deberemos:
   * Simular el lanzamiento de una moneda:
     + Generar un número aleatorio r entre 0 y 1.
     + Transformarlo a 0 (cara) o 1 (cruz). (Podemos asignar 0 si y 1 si ).
   * Realizar 10 000 lanzamientos de la moneda.
   * Realizar los siguientes test de hipótesis:
     + Test de hipótesis de un lanzamiento (únicamente valoraremos si es cara o cruz).
     + Test de hipótesis de dos lanzamientos (agruparemos los lanzamientos de dos en dos, podemos tener: XX, XO, OX, OO.
     + Test de hipótesis de tres lanzamientos: XXX, XXO, XOX, XOO, OXX, OXO, OOX, OOO.

Para ello calcula la probabilidad de cada caso para tener una probabilidad teórica. Realiza las agrupaciones correspondientes y realiza el test .

* + En el apartado de documentación encontrarás 3 archivos con 10 000 lanzamientos de moneda cada uno (con nombres moneda1.dad, moneda2.dad y moneda3.dad). Determina si alguna de las tres monedas que se han empleado para generar los lanzamientos ha sido trucada.

**Extensión máxima**: Utilizad tantas páginas como sea necesario para justificar la actividad.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Simulación de sistemas continuos (valor real: 3 puntos) | Descripción | Puntuación máxima  (puntos) | Peso  % |
| Criterio 1 | Presentación del trabajo: portada, tabla de contenidos, tabla de figuras y presentación del trabajo | 1 | 10 % |
| Criterio 2 | Justificación y explicación de los resultados obtenidos. | 1 | 10 % |
| Criterio 3 | Problema 1 | 0,5 | 10 % |
| Criterio 4 | Problema 2 | 0,5 | 5 % |
| Criterio 5 | Problema 3 | 0,75 | 7,5 % |
| Criterio 6 | Problema 4 | 0,5 | 5 % |
| Criterio 7 | Problema 5 | 0,75 | 7,5 % |
| Criterio 8 | Problema 6 | 0,75 | 7,5 % |
| Criterio 9 | Problema 7 | 0,75 | 7,5 % |
| Criterio 10 | Problema 8 | 0,75 | 7,5 % |
| Criterio 11 | Problema 9 | 0,5 | 5 % |
| Criterio 12 | Problema 10 | 0,5 | 5 % |
| Criterio 13 | Problema 11 | 1 | 10 % |
| Criterio 14 | Problema 12 | 0,75 | 7,5 % |
|  |  | **10** | **100 %** |